

UN ANÁLISIS DEL APALANCAMIENTO OPERATIVO Y SU RELACIÓN CON EL RESULTADO EMPRESARIAL

Julio Diéguez Soto

Profesor Titular de la Universidad de Málaga

Eva Aranda

Profesora Asociada de la Universidad de Málaga

RESUMEN

Resulta anecdótico cómo a pesar de la clarividencia con la que se describen generalmente las carencias de la determinación del apalancamiento operativo desde un punto de vista convencional, exista una ausencia total de alternativas pragmáticas a su explicitación habitual.

El objetivo del presente trabajo es ofrecer a la comunidad científica y al ámbito empresarial una herramienta útil que permita cuantificar el verdadero efecto del apalancamiento operativo en la variación del resultado de la empresa, ya que la formulación convencional del mismo es difícilmente aplicable en la práctica al sustentarse en hipótesis excesivamente restrictivas. Por ello, y cimentada en un análisis exhaustivo de las causas de variación del resultado, proponemos una alternativa de determinación de la elasticidad del resultado ante cambios en la actividad, o efecto palanca, en un entorno de multiproducción, y sin estar sujeta a supuestos rígidos.

PALABRAS CLAVE: Apalancamiento operativo, Variación del resultado, Costes variables, Costes fijos, Actividad.

ABSTRACT

It seems anecdotal how despite the clearness with which the shortcomings in determining the operating leverage is generally described from a conventional view point, there is a total absence of pragmatic alternatives in its habitual formula.

The objective of the work here present is to offer the scientific community and the business world a useful tool that allows to quantify the true effect of the operating leverage on the variation of the profit and loss account results of an enterprise, seeing as how the conventional formula is difficult to apply in practice as it is sustained by excessively restrictive hypothesis. Due to this and based on an exhaustive analysis on the causes of the variation in profit and loss account results, we propose an alternative for calculating the elasticity of the results before change in the activity, or leverage effect, in an environment of multiple production and without being subject to supposed restrictions.

KEY WORDS: Operating leverage, Variation in profit and loss account results, Variable costs, Fixed costs, Commercial activity.

INTRODUCCIÓN

El apalancamiento operativo o efecto palanca que se produce en el resultado de explotación, motivado por la influencia de los costes fijos cuando se incrementa la actividad, ha sido un concepto ampliamente estudiado y referido en numerosas publicaciones y manuales, pero no tantas veces analizado como un componente más de la variación del resultado entre dos períodos consecutivos. A

nadie se le escapa hoy la importancia de los costes fijos en numerosas empresas, por lo que la incidencia del comportamiento de los mismos, conjuntamente con la actividad, en el resultado de las entidades, resulta sin duda incuestionable.

Sin embargo, el modelo de apalancamiento operativo convencional no se puede utilizar como herramienta de gestión en la empresa, ya que parte de unas proposiciones tan inflexibles que difícilmente se darán en el mundo empresarial actual. Resulta anecdótico cómo a pesar de la clarividencia con la que se describen generalmente las carencias de la determinación del apalancamiento operativo desde un punto de vista convencional, exista una ausencia total de alternativas realmente pragmáticas a su explicitación habitual.

Pocos son los trabajos que ponen de manifiesto como el fenómeno del apalancamiento operativo tiene su génesis en la evolución de los costes fijos unitarios. De ahí, que las publicaciones de García Martín (1984, 1989 y 2001) tengan cierta relevancia al señalar con clarividencia como dos son las variables a vigilar especialmente y de forma conjunta: la tasa de variación de la actividad y la tasa de variación de los costes fijos totales. Sin embargo, la formulación alternativa presentada por el citado profesor, a pesar de solventar acertadamente la deficiencia fundamental del modelo convencional -a sujeción a hipótesis excesivamente restrictivas-, sólo es válida para el caso de monoproducción, por lo que tampoco podrá ser empleada en un contexto real.

El objetivo del presente trabajo es ofrecer a la comunidad científica y al ámbito empresarial una herramienta útil que permita cuantificar el verdadero efecto del apalancamiento operativo en la variación del resultado de la empresa. Este nuevo modelo intenta superar los graves inconvenientes detectados en las formulaciones señaladas con anterioridad, ya que por una parte no está subordinado al cumplimiento de premisas restrictivas, y por otra se extiende al caso de multiproducción.

En definitiva, se pone de manifiesto la necesidad de ofertar un modelo capaz de determinar la incidencia de los costes fijos en la variación del resultado sin renunciar a una plena aplicabilidad práctica. En este sentido esta nueva propuesta debe cubrir las carencias detectadas en las metodologías de cálculo del apalancamiento operativo apuntadas, para ello debe:

1. Ser factible bajo la consideración de “n” productos y “m” factores.
2. Poder ser útil en la realización de análisis previsionales.
3. Profundizar en aspectos totalmente olvidados en los modelos anteriores, que afectan obviamente al resultado, y cuya cuantificación ayuda a identificar el verdadero efecto propio de los costes fijos (apalancamiento operativo), tales como: la productividad de los factores, el rendimiento o la diferente mezcla o mix de productos y de factores.

En la sección segunda repasamos los antecedentes descritos anteriormente en la determinación del apalancamiento operativo. A continuación, a lo largo de las secciones tres a siete, realizamos una propuesta de determinación analítica de las causas de variación del resultado construida con la finalidad prioritaria de cuantificar y explicar adecuadamente el concepto de apalancamiento operativo. Evidentemente se identifican a grandes rasgos fuentes similares de variación del resultado que en trabajos dedicados a tal propósito (Kaplan y Atkinson, 1989, págs. 321 y ss), sin embargo, la determinación cuantitativa de las mismas está sometida al cálculo del apalancamiento operativo, por lo que se aprecian algunas diferencias a considerar. En la sección ocho proponemos una alternativa de determinación de la elasticidad del resultado ante cambios en la actividad, o efecto palanca, en un entorno de multiproducción, y sin estar sujeta a supuestos rígidos. Con lo que en dicha sección, se explicitan metodología y resultados aportados por el trabajo. Por último, a modo de anexo, aportamos en primer lugar, la aplicación del modelo a datos concretos que permiten comprobar la bondad e inconvenientes del mismo (Anexo 1). En segundo lugar, comparamos el modelo propuesto con el de KAPLAN y ATKINSON- (Anexo 2), y por último explicitamos un glosario de términos que incluye una recopilación de todas las variables definidas (Anexo 3).

2. EL APALANCAMIENTO OPERATIVO

Por apalancamiento operativo o “efecto leverage” se entiende el efecto palanca que se produce en los resultados de la empresa por la influencia de los costes fijos. De tal forma que la variación del resultado podrá ser mayor, menor o igual de proporcional que la variación de la actividad. Con posterioridad desarrollaremos esta idea.

2.1. Su determinación convencional

El concepto de apalancamiento operativo convencional se fundamenta en algunas hipótesis que señalamos a continuación (Mora, 1995, pág. 502):

1. El precio de venta no varía de un período a otro, así como el precio unitario de los factores adquiridos necesarios en el proceso de producción, por lo que el margen unitario permanece constante a lo largo del ejercicio objeto de análisis.
2. Supuestamente las variaciones previstas en el nivel de actividad no exceden la capacidad productiva, por lo que no se necesitarán realizar nuevas inversiones que ajusten la misma al nuevo nivel de actividad; esto es, los costes fijos totales permanecen inalterados durante todo el período considerado.
3. Los costes variables son estrictamente proporcionales al nivel de actividad, es decir, no existen economías y deseconomías de escala.
4. La empresa elabora y comercializa un solo producto. Si se fabrica más de un producto se propone convencionalmente el coste y el precio medio ponderado.

En función a lo anterior, y al definirse el Apalancamiento Operativo como el tanto por uno de variación en el resultado operativo que se produce como consecuencia de un determinado tanto por uno de variación de la actividad, su cálculo se realiza como:

$$AO = \frac{\Delta \text{RESULTADO} / \text{RESULTADO}}{\Delta \text{VENTAS} / \text{VENTAS}} = \frac{(R^1 - R^0) / R^0}{(y^1 - y^0) / y^0} = \frac{MCT^0}{R^0} = \frac{IT^0 - V^0}{R^0} \quad (1)$$

siendo:

MCT^0 = Margen de contribución total para el año 0; IT^0 = Ingresos totales por ventas del año 0;
 V^0 = Costes variables totales del año 0.

Sin embargo, esta formulación convencional adolece de una serie amplia de deficiencias:

1. El apalancamiento operativo está basado en la clasificación económica de los costes que los discrimina entre fijos y variables. Estos datos difícilmente son obtenidos por usuarios externos a la empresa, ya que no aparecen en la información suministrada por las cuentas anuales públicas, por tanto habitualmente sólo pueden ser manejados por los gestores de la entidad. Es más, en muchas ocasiones, ni siquiera la propia empresa, al carecer de un sistema de información fiable de carácter interno, dispone de dichos datos.
2. Es inaplicable en la práctica, en tanto se fundamenta en unas hipótesis excesivamente restrictivas. No es difícil advertir que el resultado puede variar en función de numerosas variables, por tanto, su variación más o menos proporcional a la detectada en la actividad sólo se deberá al efecto ejercido por los costes fijos (decremento o incremento del coste fijo unitario) cuando se cumplan escrupulosamente las hipótesis previamente señaladas.

2.2. Una determinación alternativa del apalancamiento operativo

“La variación del resultado no se debe exclusivamente a la constancia de los costes fijos, sino que una parte se debe a ese factor, y otra, obviamente, a la variación de la propia actividad..., es por ello que en nuestra opinión, la principal limitación que posee este fenómeno es el no tener en cuenta el verdadero origen del apalancamiento, que según lo indicado, es la permanencia de los costes fijos unitarios” (García y Callejón, 2001, pág. 918).

Los trabajos de los citados autores relacionados con el fenómeno del apalancamiento operativo han tenido como objetivo, dada la crítica anterior, proponer una cuantificación alternativa del apalancamiento operativo basada en la variación del resultado, cuya expresión general es la siguiente¹:

$$R^1 - R^0 = \hat{y} * R^0 + y^1 * (v^1 - v^0) * t_{cv}^0 + y^1 * (t_{cv}^1 - t_{cv}^0) * v^0 + y^1 * (v^1 - v^0) * (t_{cv}^1 - t_{cv}^0) + F^0 * (\hat{y} - \hat{f}) \quad (2)$$

donde:

R^0, R^1 = Resultado del año 0 y 1, respectivamente.

y^0, y^1 = Número de unidades vendidas en los períodos 0 y 1, respectivamente.

v^0, v^1 = Coste variable unitario en los períodos 0 y 1, respectivamente.

t_{cv}^0, t_{cv}^1 = tasa de margen unitario sobre costes variables en los períodos 0 y 1, respectivamente.

F^0, F^1 = Costes fijos totales del período 0 y 1, respectivamente.

$$\hat{y} = \frac{y^1 - y^0}{y^0} = \text{tasa de variación de la actividad de un período a otro.}$$
$$\hat{f} = \frac{F^1 - F^0}{F^0} = \text{tasa de variación de los costes fijos totales}$$

Existen dos componentes de la anterior expresión que son los implicados en la explicación del citado concepto: el análisis de la variación de la actividad ($\hat{y} * R^0$) y el análisis de la variación de los costes fijos ($F^0 * (\hat{y} - \hat{f})$).

Sin embargo, este planteamiento, que conceptualmente sobrepasa al modelo convencional, puesto que es perfectamente aplicable dado que considera para cualquier ejercicio económico la variación de todos los componentes del resultado –contrariamente al convencional que depende de unas hipótesis muy restrictivas, que lo hacen inoperante-, tiene también importantes limitaciones. Está concebido para trabajar con un solo producto –al igual que en el apalancamiento operativo convencional-, algo especialmente difícil de encontrar en el mundo empresarial actual.

3. COMPONENTES DE LA VARIACIÓN DEL RESULTADO

A continuación, pasamos a determinar los componentes de la variación del resultado, dedicando especial interés a la cuantificación del verdadero apalancamiento operativo, como una más de las variantes que explican el incremento/decremento de los resultados de un período a otro. En función de lo anterior, vamos a explicitar cuáles son las variables que son causa de variación del resultado, pudiendo expresar éste de la siguiente forma²:

$$R^0 = I^0 - V^0 - F^0 \quad (3)$$

siendo:

R^0 = Resultado del período 0; I^0 = Ingresos del período 0; V^0 = Costes variables del período 0; F^0 = Costes fijos del período 0.

Descendiendo en la expresión (3), y bajo la hipótesis de trabajo de n productos y m factores podemos expresar cada uno de sus componentes como:

- Ingresos: $I^0 = \sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i = \sum_{i=1}^n I^0_i$
- Costes Variables: $V^0 = \sum_{j=1}^m x^0_j * w^0_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^0_i * (w^0_j * t^0_{j,i}) = \sum_{i=1}^n V^0_i$
- Costes Fijos: F^0

Siendo:

y^0_i = unidades físicas vendidas en el año 0 del producto i; pv^0_i = precio de venta unitario del producto i en el año 0; x^0_j = consumo del factor de producción j; w^0_j = precio de compra unitario del factor de producción j; $t^0_{j,i}$ = consumo del factor de producción j para obtener una unidad de producto i.; F^0 = costes fijos del año 0.

Por tanto, y según lo anteriormente explicitado podemos llegar a una nueva expresión del resultado, según la cual el resultado de la empresa en el año 0 vendría dado como:

$$\begin{aligned} R^0 &= \sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i - \sum_{j=1}^m x^0_j * w^0_j - F^0 = \sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^0_i * (w^0_j * t^0_{j,i}) - F^0 = \\ &= \sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i - \sum_{i=1}^n y^0_i * v^0_i - F^0 \end{aligned} \quad (4)$$

donde v^0_i = coste variable unitario del producto i en el año 0

Por último, y sabiendo que:

$$pv^0_i = v^0_i + v^0_i * t_{cv}^0$$

donde t_{cv}^0 = tasa unitaria de margen con que se grava el coste variable unitario para determinar el precio de venta unitario del producto i en el año 0

Por lo que el resultado de la empresa en el período 0 puede venir determinado por la siguiente igualdad:

$$\begin{aligned} R^0 &= \sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i - \sum_{j=1}^m x^0_j * w^0_j - F^0 = \sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^0_i * (w^0_j * t^0_{j,i}) - F^0 = \\ &= \sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i - \sum_{i=1}^n y^0_i * v^0_i - F^0 = \sum_{i=1}^n (y^0_i * v^0_i + y^0_i * v^0_i * t_{cv}^0) - \sum_{i=1}^n y^0_i * v^0_i - F^0 \end{aligned} \quad (5)$$

Por tanto, y analizando detenidamente la ecuación (5) podríamos anticipar cuáles son los factores que van a determinar la variación del resultado de un período a otro: la actividad (y); los costes variables unitarios (v); la tasa de margen unitario sobre costes variables (t_{cv}); los costes fijos (F). Además, y como hemos tenido la ocasión de comprobar los costes variables unitarios son

susceptibles de descomposición, por lo que estos dependerán a su vez, y por tanto el resultado, de: el consumo de factor por unidad de producto (t) y el precio de adquisición del factor (w)

Sin embargo, de lo que se trata es de cuantificar cuál es la incidencia de cada uno de las anteriores variables en la variación del resultado entre dos períodos, por lo que dedicaremos los siguientes apartados a un estudio exhaustivo e individual de las causas que hacen variar el resultado de un período con respecto al anterior, sabiendo que la variación del resultado se puede expresar, en función de (1) como:

$$R^1 - R^0 = (I^1 - I^0) - (V^1 - V^0) - (F^1 - F^0) = \sum_{i=1}^n (I_i^1 - I_i^0) - \sum_{i=1}^n (V_i^1 - V_i^0) - (F^1 - F^0) \quad (6)$$

4. ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DEL RESULTADO DEBIDA EXCLUSIVAMENTE A LA VARIACIÓN DE LA ACTIVIDAD

En este caso queremos determinar cuál sería la variación del resultado de un período a otro si la única variable que cambia es la actividad, por lo que permanecen constantes en términos unitarios el resto de componentes del resultado, esto es, coste variable, tasa de margen y coste fijo.

En primer lugar debemos expresar cómo se define la tasa de variación de la actividad del producto i en el año 1 con respecto al año 0:

$$\hat{y}_i = (y_i^1 - y_i^0) / y_i^0 \quad (7)$$

Según lo anterior podemos definir y_i^1 como:

$$y_i^1 = y_i^0 + \hat{y}_i * y_i^0 \quad (8)$$

Pues bien, veamos a continuación cuál es la variación que se produce en los Ingresos, Costes Variables y Costes Fijos como consecuencia de la variación exclusiva de la actividad:

➤ *Ingresos*: Dado que se produce exclusivamente una variación de las unidades vendidas de productos terminados, los Ingresos del año 1 por la venta del producto i vendrán dados por la siguiente expresión:

$$I_i^1 = y_i^1 * pv_i^1 = y_i^1 * pv_i^0 = (y_i^0 + \hat{y}_i * y_i^0) * pv_i^0 \quad (9)$$

De ahí, que podamos deducir que la variación de los ingresos del producto i entre dos períodos consecutivos 0 y 1, vendrá dada por:

$$I_i^1 - I_i^0 = \hat{y}_i * y_i^0 * pv_i^0 = \hat{y}_i * I_i^0 \quad (10)$$

Dado que contamos con n productos, la variación de los ingresos debido a la actividad se determinará como:

$$\sum_{i=1}^n (I_i^1 - I_i^0) = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * I_i^0 \quad (11)$$

➤ *Costes variables*: Dado que se produce exclusivamente una variación de las unidades vendidas de productos terminados, los Costes Variables del año 1 correspondientes al producto i vendrán dados por la siguiente expresión:

$$V^1_i = y^1_i * v^1_i = y^1_i * v^0_i = (y^0_i + \hat{y}_i * y^0_i) * v^0_i \quad (12)$$

De ahí, que podamos deducir que la variación de los costes variables del producto i entre dos períodos consecutivos 0 y 1, vendrá dada por:

$$V^1_i - V^0_i = \hat{y}_i * y^0_i * v^0_i = \hat{y}_i * V^0_i \quad (13)$$

Dado que contamos con n productos, la variación de los costes variables debido a la actividad se determinará como:

$$\sum_{i=1}^n (V^1_i - V^0_i) = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y^0_i * v^0_i = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * V^0_i \quad (14)$$

➤ *Costes fijos*: Las modificaciones de la actividad cambiarán el resultado empresarial no sólo por el aumento/disminución de las unidades vendidas o por el efecto de la alteración del mix comercial –como veremos un poco más adelante–, sino también porque provocarán, junto con la evolución de los costes fijos totales, un incremento/decremento de los costes fijos unitarios. Ésta es la verdadera causa de la existencia del apalancamiento operativo.

Es nuestra intención separar este último efecto de los dos anteriores. Por ello, suponemos teóricamente que los costes fijos variarán a una tasa equivalente a la actividad, con lo que aseguramos su constancia en términos unitarios. De esta forma, la expresión finalmente propuesta en este epígrafe sólo medirá la incidencia en el resultado del cambio en la actividad por volumen de ventas y mezcla de productos, desplazando conscientemente la incidencia en los costes fijos unitarios a una expresión específica (variación del resultado debida exclusivamente a la variación de los costes fijos, epígrafe 7).

Según lo anterior, y dado que se produce exclusivamente una variación de las unidades vendidas de productos terminados, los Costes fijos variarán a una tasa equivalente a la actividad para mantenerse constante en términos unitarios, por lo que vendrán determinados por la siguiente expresión:

$$F^1 = F^0 + \hat{y}_{mp} * F^0 \quad (15)$$

siendo:

\hat{y}_{mp} = *tasa de actividad media ponderada, o tasa de actividad a la que por término medio han variado los n tipos de productos diferentes.*

Como la empresa posee una gama de n productos diferentes, cada uno de ellos variará a una tasa de actividad diferente. Podemos calcular una tasa media ponderada que represente la tasa a la que por término medio varía la actividad de la empresa, ponderando la tasa de actividad correspondiente a cada producto por el margen de contribución variable que cada uno de los outputs aporta al margen de contribución total, de tal forma que:

$$\hat{y}_{mp} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y^0_i * m^0_i}{\sum_{i=1}^n y^0_i * m^0_i} \quad (16)$$

donde $m^0_i = pv^0_i - v^0_i =$ margen unitario de contribución variable por cada producto i.

Al estar calculando como objetivo primero los componentes que determinan la variación del resultado de un período a otro, parece lógico determinar la \hat{y}_{mp} utilizando como criterio de

ponderación el margen de contribución variable de cada producto, es decir, el cociente otorga mayor influencia aquellos productos que absorben mayores costes fijos, y que por tanto, contribuyen en mayor medida a la obtención del resultado. De todo lo inmediatamente anterior deducimos que:

$$F^1 - F^0 = \hat{y}_{mp} * F^0 \quad (17)$$

Por tanto, y en resumidas cuentas, la variación del resultado debida exclusivamente a la variación de la actividad, entre el periodo 0 y 1 vendrá dado por:

$$R^1 - R^0 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * I^0_i - \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * V^0_i - \hat{y}_{mp} * F^0 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * MC_i - \hat{y}_{mp} * F^0 \quad (18)$$

donde MC_i = margen total de contribución variable de cada producto i.

No obstante, esta expresión es susceptible de descomposición al objeto de aislar el efecto de la variación del mix comercial o cambio en la mezcla de los n productos vendidos, del impacto producido por el movimiento de las unidades físicas vendidas sin cambio en el mix comercial³.

Si todos los productos tuvieran el mismo margen la proporción de cada uno de los outputs i en la composición de las ventas globales no afectaría al importe de las mismas. Sin embargo, lo lógico es precisamente lo contrario, que la empresa diseñe estrategias de variación selectiva de ciertos productos, que supongan un incremento apreciable en la cuantía de los ingresos empresariales –al incentivar aquellos con mayor margen-, conjuntamente con otras centradas en la variación de las unidades físicas vendidas.

La expresión (20), se puede explicitar también como:

$$R^1 - R^0 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y^0_i * (pv^0_i - v^0_i) - \hat{y}_{mp} * F^0 = \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y^0_i * m^0_i - \hat{y}_{mp} * F^0 \quad (19)$$

donde m^0_i = margen unitario de contribución variable para cada producto i.

Por tanto, y según lo anterior, necesitamos definir dos nuevas magnitudes:

$$\tilde{m}^0 = \frac{\sum_{i=1}^n y^0_i * pv^0_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^0_i * (w^0_j * t^0_{j,i})}{\sum_{i=1}^n y^0_i} ; \text{margen de contribución promedio del año 0.} \quad (20)$$

$$\tilde{y}_{mp} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y^0_i * \tilde{m}^0}{\sum_{i=1}^n y^0_i * \tilde{m}^0} ; \text{tasa de actividad media ponderada del año 0 por cambio únicamente en el}$$

volumen de venta –el mix no tiene incidencia-.

(21)

Con ello, llegamos a proponer la siguiente descomposición de la variación del resultado debida a un cambio en la actividad, donde se mide el impacto de los efectos previamente reseñados:

$$\begin{aligned}
R^1 - R^0 &= \\
&= \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * \hat{m}^0 - \tilde{y}_{mp} * F^0 + \\
&+ \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * (m_i^0 - \hat{m}^0) - (\hat{y}_{mp} - \tilde{y}_{mp}) * F^0
\end{aligned}
\tag{22}$$

Efecto volumen de ventas

Efecto mix comercial

donde, el primer sumando recoge la incidencia en la variación del resultado del cambio en el volumen de venta, y el segundo, la incidencia del cambio en la mezcla de productos.

5. ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DEL RESULTADO DEBIDA EXCLUSIVAMENTE A LA VARIACIÓN DE LA TASA DE MARGEN UNITARIO SOBRE COSTES VARIABLES (t_{cv})

Queremos determinar cuál sería la variación del resultado de un período a otro si la única variable que cambia es la tasa unitaria de margen, por lo que permanecen constantes, en términos unitarios el resto de componentes del resultado. En primer lugar debemos expresar cómo se define el coeficiente de variación de la tasas unitaria de margen del producto i en el año 1 con respecto al año 0:

$$\hat{t}_{cv\ i} = (t_{cv\ i}^1 - t_{cv\ i}^0) / t_{cv\ i}^0 \tag{23}$$

Según lo anterior podemos definir $t_{cv\ i}^1$ como:

$$t_{cv\ i}^1 = t_{cv\ i}^0 + \hat{t}_{cv\ i} * t_{cv\ i}^0 \tag{24}$$

Pues bien, veamos a continuación cuál es la variación que se produce en los Ingresos, Costes Variables y Costes Fijos como consecuencia de la variación exclusiva de la tasa unitaria de margen:

➤ Ingresos: Dado que se produce exclusivamente una variación de la tasa unitaria de margen, los Ingresos del año 1 por la venta del producto i vendrán dados por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
I_i^1 &= y_i^1 * pv_i^1 = y_i^1 * (v_i^1 + v_i^1 * t_{cv\ i}^1) = y_i^1 * v_i^1 + y_i^1 * v_i^1 * t_{cv\ i}^1 = y_i^1 * v_i^1 + \\
&+ y_i^1 * v_i^1 * (t_{cv\ i}^0 + \hat{t}_{cv\ i} * t_{cv\ i}^0) = y_i^1 * v_i^1 + y_i^1 * v_i^1 * t_{cv\ i}^0 + y_i^1 * v_i^1 * \hat{t}_{cv\ i} * t_{cv\ i}^0
\end{aligned}
\tag{25}$$

De ahí, que podamos deducir que la variación de los ingresos del producto i entre dos períodos consecutivos 0 y 1 debido a la tasa de margen, vendrá dada por:

$$I_i^1 - I_i^{0a} = y_i^1 * v_i^1 * \hat{t}_{cv\ i} * t_{cv\ i}^0 \tag{26}$$

siendo I_i^{0a} = Ingresos del período 0 derivados de la venta del producto i , considerándose una cantidad vendida igual a y_i^1 (unidades físicas del período 1) y unos costes variables unitarios v_i^1 . Por tanto⁴,

$$I_i^{0a} = y_i^1 * v_i^1 + y_i^1 * v_i^1 * t_{cv\ i}^0 \tag{27}$$

Dado que contamos con n productos, la variación de los ingresos debido a la variación de la tasa unitaria de margen se determinará como:

$$\sum_{i=1}^n (I_i^1 - I_i^{0a}) = \sum_{i=1}^n y_i^1 * v_i^1 * \hat{t}_{cv\ i} * t_{cv\ i}^0 \tag{28}$$

➤ *Costes variables: No sufren ninguna variación como consecuencia de la variación de la tasa de margen unitario.*

➤ *Costes fijos: No sufren ninguna variación como consecuencia de la variación de la tasa de margen unitario.*

Por tanto, y en resumidas cuentas, la variación del resultado debida exclusivamente a la variación de la tasa de margen unitario, entre el periodo 0 y 1 vendrá dado por:

$$\boxed{R^1 - R^0 = \sum_{i=1}^n y^1_i * v^1_i * \hat{t}_{cv_i} * t_{cv}^0_i} \quad (29)$$

6. ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DEL RESULTADO DEBIDA EXCLUSIVAMENTE A LA VARIACIÓN DE LOS COSTES VARIABLES UNITARIOS.

En este caso queremos determinar cuál sería la variación del resultado de un período a otro si la única variable que cambia es el coste variable unitario, por lo que permanecen constantes, en términos unitarios el resto de componentes del resultado. En primer lugar debemos expresar cómo se define la tasa de variación del coste variable unitario del producto i en el año 1 con respecto al año 0:

$$\hat{v}_i = (v^1_i - v^0_i) / v^0_i \quad (30)$$

Según lo anterior podemos definir v^1_i como:

$$v^1_i = v^0_i + \hat{v}_i * v^0_i \quad (31)$$

Pues bien, veamos a continuación cuál es la variación que se produce en los Ingresos, Costes Variables y Costes Fijos como consecuencia de la variación exclusiva del coste variable unitario:

➤ *Ingresos:* Partimos en este caso, según lo señalado en el apartado anterior, de los ingresos del período 0 designados por I^{0a}_i :

$$\begin{aligned} I^{0a}_i &= y^1_i * v^1_i + y^1_i * v^1_i * t_{cv}^0_i = y^1_i * (v^0_i + \hat{v}_i * v^0_i) + y^1_i * (v^0_i + \hat{v}_i * v^0_i) * t_{cv}^0_i = \\ &= y^1_i * v^0_i + y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i + y^1_i * v^0_i * t_{cv}^0_i + y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i * t_{cv}^0_i \end{aligned} \quad (32)$$

De ahí, que podamos deducir que la variación de los ingresos del producto i entre dos períodos consecutivos 0 y 1 debido a una variación en los costes variables unitarios, vendrá dada por:

$$I^{0a}_i - I^{0b}_i = y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i + y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i * t_{cv}^0_i \quad (33)$$

dado que,

$$I^{0b}_i = y^1_i * v^0_i + y^1_i * v^0_i * t_{cv}^0_i \quad (34)$$

siendo I^{0b}_i = Ingresos del período 0 derivados de la venta del producto i, considerándose una cantidad vendida igual a y^1_i (unidades físicas del período 1).

Dado que contamos con n productos, la variación de los ingresos debido a la variación de los costes variables unitarios se determinará como:

$$\sum_{i=1}^n (I^{0a_i} - I^{0b_i}) = \sum_{i=1}^n y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i + \sum_{i=1}^n y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i * t_{cv}^0_i \quad (35)$$

➤ *Costes variables:* Dada la variación únicamente del coste variable unitario, los Costes variables del año 1 correspondientes al producto i vendrán dados por la siguiente expresión:

$$V^1_i = y^1_i * v^1_i = y^1_i * (v^0_i + \hat{v}_i * v^0_i) = y^1_i * v^0_i + y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i \quad (36)$$

De ahí, que podamos deducir que la variación de los costes variables del producto i entre dos períodos consecutivos 0 y 1, vendrá dada por:

$$V^1_i - V^{0a_i} = y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i \quad (37)$$

siendo V^{0a_i} = costes variables del período 0 derivados de la venta del producto i, considerándose una cantidad vendida igual a y^1_i (unidades físicas del período 1).

Dado que contamos con i productos la variación de los costes variables debido a la actividad para n productos se determinará como:

$$\sum_{i=1}^n (V^1_i - V^{0a_i}) = \sum_{i=1}^n y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i \quad (38)$$

➤ *Costes fijos:* No sufren ninguna variación como consecuencia de la variación de los costes variables unitarios.

Por tanto, y en resumidas cuentas, la variación del resultado debida exclusivamente a la variación del coste variable unitario, entre el periodo 0 y 1 vendrá dado por:

$$R^1 - R^0 = \sum_{i=1}^n (I^{0a_i} - I^{0b_i}) - \sum_{i=1}^n (V^1_i - V^{0a_i}) = \sum_{i=1}^n y^1_i * \hat{v}_i * v^0_i * t_{cv}^0_i \quad (39)$$

6.1. Variación del resultado debida a la variación de la cantidad de factor j necesaria para la producción de una unidad de producto (productividad) (t)

Supongamos que la cantidad de factor “j” necesaria para producir una unidad física del producto “i” varía según una tasa de variación $\hat{t}_{j,i}$, tal que:

$$t^1_{j,i} = t^0_{j,i} + \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} \quad (40)$$

Veamos a continuación, cuál es la repercusión de dicha variación en los Ingresos, Costes Variables y Costes Fijos del periodo.

➤ *Ingresos:* Si partimos nuevamente de I^{0a_i} , tendremos que:

$$\begin{aligned} I^{0a_i} &= y^1_i * \sum_{j=1}^m t^1_{j,i} * w^1_j + y^1_i * \sum_{j=1}^m t^1_{j,i} * w^1_j * t_{cv}^0_i = \\ &= y^1_i * \sum_{j=1}^m w^1_j * (t^0_{j,i} + \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i}) + y^1_i * \sum_{j=1}^m w^1_j * (t^0_{j,i} + \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i}) * t_{cv}^0_i \end{aligned} \quad (41)$$

Designemos ahora por I^{0c}_i a los ingresos del periodo 0 derivados de la venta del producto i , considerándose una cantidad vendida igual a y^1_i (unidades físicas del periodo 1) y un precio de adquisición de los factores w^1_j (precio del período 1); de tal forma resulta que:

$$I^{0c}_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * w^1_j + y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * w^1_j * t_{cv}^0_i \quad (42)$$

Por tanto, la variación de los ingresos entre ambos periodos debida exclusivamente a la variación de la cantidad de factor “j” empleada en la producción de una unidad de producto i es de:

$$(I^{0a}_i - I^{0c}_i) = y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * \hat{t}_{j,i} * w^1_j + y^1_i * t_{cv}^0_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * \hat{t}_{j,i} * w^1_j \quad (43)$$

Si generalizamos para n productos, la expresión anterior quedaría de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^n (I^{0a}_i - I^{0c}_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} \quad (44)$$

➤ *Costes variables:* Por otra parte, podemos designar por V^1_i a los Costes variables del periodo 1 para producir las unidades físicas vendidas del producto “i”, de tal forma que:

$$V^1_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m w^1_j * t^1_{j,i} \quad (45)$$

Dado que se ha producido una variación de los $t_{j,i}$, los V^1_i resultarán de la siguiente forma:

$$V^1_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m (t^0_{j,i} + \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i}) * w^1_j \quad (46)$$

Por V^{0b}_i identificamos el Coste Variable del año 0 necesario para producir y^1_i unidades físicas del producto i , bajo la consideración de un precio de adquisición de los factores w^1_j por lo que:

$$V^{0b}_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m w^1_j * t^0_{j,i} \quad (47)$$

Por tanto, la variación de los Costes variables entre ambos periodos debida exclusivamente a la variación de los $t_{j,i}$:

$$(V^1_i - V^{0b}_i) = y^1_i * \sum_{j=1}^m w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} \quad (48)$$

Si generalizamos para n productos:

$$\sum_{i=1}^n (V^1_i - V^{0b}_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} \quad (49)$$

➤ *Costes fijos:* No sufren ninguna variación como consecuencia de la variación de la cantidad del factor j necesaria para la producción de una unidad de producto i .

Por tanto, la variación del resultado debida a una variación en la cantidad del factor j necesaria para la producción de unidad de producto i vendrá dada por:

$$\sum_{i=1}^n (I^{0a}_i - I^{0b}_i) - \sum_{i=1}^n (V^1_i - V^{0b}_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * w^1_j * \hat{t}_{j,i} * t^0_{j,i} \quad (50)$$

Sin embargo, y además, la variación del resultado debida a la productividad puede tener su origen en dos causas diferentes: el efecto del cambio en el volumen físico (rendimiento) de los factores y en el impacto producido por cambio en la mezcla de factores. Esto es, la empresa puede alcanzar una mayor productividad, bien porque sacrifique menos recursos para la obtención de su producción bajo la misma combinación de inputs, bien porque logre transformar los factores productivos adquiridos en bienes y servicios, fruto de una combinación diferente de recursos realizada en el proceso productivo que tengo menor coste, manteniendo los estándares de calidad.

Consideramos la siguiente propuesta de descomposición⁵ partiendo de (50):

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * t^0_{j,i} * \hat{t}_{j,i} * w^1_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * (t^1_{j,i} - t^0_{j,i}) * w^1_j =$$

$$\blacktriangleright \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * (t^1_{j,i} - t^0_{j,i}) * \tilde{w}^1_j \quad \boxed{\text{Incidencia por cambio en el volumen físico -rendimiento- de los factores consumidos}} \quad (51)$$

$$\blacktriangleright \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * (t^1_{j,i} - t^0_{j,i}) * (w^1_j - \tilde{w}^1_j) \quad \boxed{\text{Incidencia por cambio en la mezcla de los factores consumidos}} \quad (52)$$

donde,

$$\tilde{w}^1 = \frac{\sum_{j=1}^m x^1_j * w^1_j}{\sum_{j=1}^m x^1_j} = \frac{\sum_{i=1}^n y^1_i * \left(\sum_{j=1}^m w^1_j * t^1_{j,i} \right)}{\sum_{i=1}^n y^1_i * \left(\sum_{j=1}^m t^1_{j,i} \right)} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w^1_j * t^1_{j,i}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t^1_{j,i}}$$

6.2. Variación del resultado debido a la variación del precio de adquisición de los factores “j” (w)

Podemos profundizar aún más en la variación del resultado debido a una alteración de los costes variables unitarios, en tanto ésta puede deberse a la variación de alguno de sus componentes: precio de adquisición de los factores (w) o consumo de factor por unidad de producto (t).

Supongamos que el precio de adquisición de los distintos factores “j” varía según una tasa de variación \hat{w}_j , tal que:

$$w^1_j = w^0_j + \hat{w}_j * w^0_j \quad (53)$$

Veamos cuál es la repercusión de dicha variación, en los Ingresos, Costes Variables y Costes Fijos del periodo, para obtener de esta forma la variación del resultado motivada por dicha variable.

➤ *Ingresos*: Sabiendo que designamos por I^{0c}_i los ingresos del año 0 derivados de las ventas del producto i, considerándose una cantidad vendida igual a y^1_i y un precio de adquisición de los factores w^1_j , tendremos que:

$$\begin{aligned}
I^{0c}_i &= y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * w^1_j + y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * w^1_j * t_{cv}^0_i = \\
&= y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * (w^0_j + \hat{w}_j * w^0_j) + y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * (w^0_j + \hat{w}_j * w^0_j) * t_{cv}^0_i
\end{aligned} \tag{54}$$

Por otra parte, ya habíamos designado por I^{0b}_i a los ingresos del periodo 0 derivados de la venta del producto i , considerándose una cantidad vendida igual a y^1_i (unidades físicas del periodo 1), de tal forma que⁶:

$$I^{0b}_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * w^0_j + y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * w^0_j * t_{cv}^0_i \tag{55}$$

Por tanto, la variación de los ingresos entre ambos periodos, debida, exclusivamente a la variación de los precios de adquisición de los distintos factores se calcula como:

$$(I^{0c}_i - I^{0b}_i) = y^1_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * \hat{w}_j * w^0_j + y^1_i * t_{cv}^0_i * \sum_{j=1}^m t^0_{j,i} * \hat{w}_j * w^0_j \tag{56}$$

Si generalizamos para “n” productos, la expresión anterior quedaría de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^n (I^{0c}_i - I^{0b}_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t^0_{j,i} * \hat{w}_j * w^0_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * t^0_{j,i} * \hat{w}_j * w^0_j \tag{57}$$

➤ *Costes variables*: Ya designamos por V^{0b}_i a los Costes Variables del periodo 0 en los que se incurre para producir las unidades físicas vendidas del producto i , considerando el precio de adquisición de los factores del año 1, según (52):

$$V^{0b}_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m w^1_j * t^0_{j,i} \tag{58}$$

Dado que se ha producido una variación de los precios de adquisición de los factores, los K^{0b}_i resultarán de la siguiente forma:

$$V^{0b}_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m (w^0_j + \hat{w}_j * w^0_j) * t^0_{j,i} \tag{59}$$

También ya habíamos señalado como V^{0a}_i al Coste variable del año 0 necesario para producir y^1_i unidades físicas del producto i :

$$V^{0a}_i = y^1_i * \sum_{j=1}^m w^0_j * t^0_{j,i} \tag{60}$$

Por tanto, resulta que la variación de los Costes variables entre ambos periodos, debida exclusivamente a la variación de los precios de adquisición de los distintos factores se cuantifica como:

$$(V^{0b}_i - V^{0a}_i) = y^1_i * \sum_{j=1}^m w^0_j * \hat{w}_j * t^0_{j,i} \tag{61}$$

Si generalizamos para “n” productos, tendremos que:

$$\sum_{i=1}^n (V^{0b}_i - V^{0a}_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * w^0_j * \hat{w}_j * t^0_{j,i} \tag{62}$$

➤ *Costes fijos*: No sufren ninguna variación como consecuencia de la variación del precio de adquisición de los factores productivos que conforman los costes variables.

Por tanto, la variación del resultado debida a la variación exclusiva del precio de adquisición de los factores productivos de carácter variable, vendrá determinada como:

$$\boxed{\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (I^{0c}_i - I^{0b}_i) - \sum_{i=1}^n (V^{0b}_i - V^{0a}_i) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t^{0}_{j,i} * \hat{w}_j * w^0_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * t^{0}_{j,i} * \hat{w}_j * w^0_j - \\ - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * \hat{w}_j * t^{0}_{j,i} * w^0_j &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y^1_i * t_{cv}^0_i * t^{0}_{j,i} * \hat{w}_j * w^0_j \end{aligned}} \quad (63)$$

7. ANÁLISIS DE LA VARIACIÓN DEL RESULTADO DEBIDA EXCLUSIVAMENTE A LA VARIACIÓN DE LOS COSTES FIJOS

Supongamos que los Costes fijos varían según una tasa de variación \hat{f} , tal que:

$$F^1 = F^0 + F^0 * \hat{f} \quad (64)$$

Por otra parte, hemos demostrado en páginas anteriores que para mantener un coste fijo unitario constante, los costes fijos totales deben crecer al mismo ritmo que la actividad, esto es:

$$F^1 = F^0 + \hat{y}_{mp} * F^0 \quad (65)$$

La variación del resultado debido a los costes fijos vendrá condicionado por dos variables a analizar de forma conjunta: el comportamiento de la actividad y de los costes fijos. Esto es así, porque lo que en definitiva va a incidir en la variación de aquella es la variabilidad del coste fijo unitario.

Ya cuantificamos en su momento cuál era la incidencia de la actividad en el resultado, de tal forma, que bajo la hipótesis de que los costes fijos crecieran en la misma proporción que ésta, los costes fijos del segundo período venían expresados como se recoge en la igualdad (65).

Por tanto, si realmente queremos determinar cuál es la variación del resultado debida exclusivamente a una variación de los costes fijos, debemos eliminar de (64) el efecto actividad recogido en (65), por lo que:

$$\boxed{R^1 - R^0 = -F^0 * (1 + \hat{f}) - [-F^0 * (1 + \hat{y}_{mp})] = F^0 * (\hat{y}_{mp} - \hat{f})} \quad (66)$$

Si desglosamos los componentes de la variación del resultado en las respectivas descomposiciones justificadas en páginas precedentes, llegamos a determinar dicha variación como expresamos en la Tabla 1.

Tabla 1
DESCOMPOSICIÓN DE LA VARIACIÓN DEL RESULTADO

▶ Actividad	
✓ Volumen de venta	
-	$\sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * \bar{m}^0 - \tilde{y}_{mp} * F^0$
✓ Mezcla de productos	
	$\sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * (m_i^0 - \bar{m}^0) - (\hat{y}_{mp} - \tilde{y}_{mp}) * F^0$
▶ Tasa de margen unitaria sobre costes variables	
	$\sum_{i=1}^n y_i^1 * v_i^1 * \hat{t}_{cv_i} * t_{cv_i}^0$
▶ Coste variable unitario	
✓ Precio de adquisición de los factores	
	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_i^1 * t_{cv_i}^0 * t_{j,i}^0 * \hat{w}_j * w_j^0$
✓ Productividad	
• Rendimiento	
	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_i^1 * t_{cv_i}^0 * (t_{j,i}^1 - t_{j,i}^0) * \bar{w}^1$
• Mezcla de factores consumidos	
	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_i^1 * t_{cv_i}^0 * (t_{j,i}^1 - t_{j,i}^0) * (w_j^1 - \bar{w}^1)$
▶ Costes fijos	
	$F^0 * (\hat{y}_{mp} - \hat{f})$

Este desglose de las causas de variación del resultado es elaborado al objeto de determinar el apalancamiento operativo adecuadamente, tal y como ya se puso de manifiesto en la introducción del artículo. Por lo que aun sabiendo que las variables señaladas son aparentemente coincidentes con descomposiciones tradicionalmente realizadas –podemos tomar como referencia la realizada por Kaplan y Atkinson (1989, pág 321 y ss.), un análisis más en profundidad de las mismas nos descubren diferencias apreciables:

1. El apalancamiento operativo se produce como consecuencia de la variación de los costes fijos unitarios. Por tanto, estos varían guiados por el comportamiento de la tasa de actividad (\hat{y}_{mp}) y de la tasa de variación de los costes fijos (\hat{f}). Un primer objetivo perseguido ha sido aislar la variación del resultado debido a los cambios en la actividad de la empresa (volumen de venta y mezcla de productos), del efecto que irremediamente ésta además produce en dicha variación como consecuencia de su incidencia en la evolución de los costes fijos unitarios (efecto palanca o apalancamiento operativo) -éste no es un efecto que venga contemplado en los desgloses de variación del resultado más referenciados-. Por ello, las expresiones propuestas que cuantifican el efecto de la actividad (volumen de ventas y mezcla de productos) y el efecto de los costes fijos varían sustancialmente de las tradicionalmente adoptadas.

En referencia, en primer lugar, a la ecuación que delimita *el efecto actividad en la variación del resultado*, y al objeto de aislar las variaciones producidas por el número de unidades vendidas y del mix comercial del efecto apalancamiento operativo, realizamos un ajuste teórico consistente en

suponer una variación de los costes fijos totales similar a la tasa de actividad –por tanto, costes fijos unitarios = constantes-. Con ello aseguramos que la variación del resultado cuantificada en dicha expresión únicamente obedece al volumen de venta y a la mezcla de productos (véase tabla nº 1: Actividad).

Por otra parte, y desde la perspectiva con la que afrontamos el presente artículo, dejamos a *la expresión relativa a los costes fijos* el objetivo de identificar qué tipo de apalancamiento se produce en la empresa (expansivo, contractivo o neutro, como veremos en el epígrafe siguiente), así como de cuantificar su incidencia en la variación del resultado. Obviamente, bajo esta ecuación subyace la idea de que el resultado de un período a otro varía de un período en proporción mayor, menor o igual a como lo hace la actividad dependiendo de la evolución de los costes fijos unitarios, y eso lo determina la comparación entre la tasa de actividad (\hat{y}_{mp}) y la tasa de variación de los costes fijos (\hat{f}) (véase tabla nº 1: Costes fijos). El significado de esta expresión, y aunque quede bajo la misma denominación utilizada en estudios tradicionales, es totalmente diferente a la simple diferencia entre costes fijos totales que aparece normalmente como causa de variación del resultado (véase tabla nº 2: Costes fijos).

2. Las empresas, independientemente de que el mercado en muchas ocasiones sea quien marque el precio de venta, deben conocer con qué margen están trabajando. Creemos que es importante determinar qué variación en el resultado se produce como consecuencia de que se altere la tasa de margen con la que se gravan los costes variables para determinar el precio de venta de los productos terminados o servicios prestados. (véase tabla nº1: Tasa de margen unitaria sobre cobre coste variable). Esta expresión calcula la diferencia entre el margen de contribución del año 1 y el margen de contribución que se hubiera producido en el año 1 si las unidades vendidas y el coste variable unitario fueran los del año 1, pero la tasa de margen fuera la del ejercicio 0. Lógicamente no es coincidente con el impacto en resultado provocado por las variaciones en los precios de venta –tal y como recoge Kaplan y Atkinson- (véase tabla nº 2: primera parte de la expresión Recuperación de precios), ya que en ésta se compara ventas del año 1 con las ventas que se hubieran producido en el año 1 si las unidades vendidas fueran las del año 1, pero el coste variable unitario y la tasa de margen fueran las del año 0. Asimismo, logramos explicitar la incidencia del cambio en el coste variable unitario, ya sea por el precio de adquisición de los factores o la productividad –rendimiento y mezcla de factores consumidos- en la variación del resultado. Por otra parte, la propuesta de Kaplan y Atkinson distingue, además del efecto por actividad y por cambios en los costes fijos, la alteración del resultado por recuperación de precios y por productividad. Sin embargo, si profundizamos en las medidas adoptadas comprobamos que:
 - La expresión que pretende medir la incidencia en el resultado de *la recuperación de precios*, encierra además la posible influencia de otros factores. El precio de venta de un período a otro puede cambiar porque varíe la tasa de margen unitario o porque se altere el coste variable unitario. A su vez, éste depende de variables tales como el precio de adquisición de los factores o la productividad (rendimiento y mezcla de factores consumidos). Por tanto, la citada expresión ciertamente aglutina con sentido variables por nosotros definidas como la tasa de margen unitaria o el precio de adquisición de los factores, pero también incluye un factor de productividad que debiera estar únicamente recogido en la expresión definida a tal efecto (véase tabla nº 2: Recuperación de precios y productividad). Si trabajamos bajo la hipótesis de que de un período a otro sólo varían los $t_{i,j}$ (consumo de factores productivos por producto), en el modelo de Kaplan y Atkinson veremos que el efecto en la alteración del resultado viene recogida tanto en el apartado de recuperación de precios como en el de productividad ¿Por qué tiene su efecto en el epígrafe de recuperación de precios? Esto se explica en tanto, que a mayor (menor) productividad, menor (mayor) coste variable unitario y menor (mayor) precio de venta, en tanto la tasa de margen unitario permanece constante, al igual que el resto de variables (Véase anexo 2).

- La expresión destinada a recoger *el efecto productividad*, sólo recoge parte de su verdadera influencia en la variación del resultado, en tanto explicita su efecto en la variación de los costes variables, pero no en el resultado total. Esta limitación es lógica justificación/consecuencia de la deficiencia comentada en el párrafo anterior (véase Tabla 2: Productividad). En nuestra propuesta si que queda perfectamente cuantificado el efecto productividad, en cuanto medimos su influencia en el margen de contribución, y por ende, en el resultado global (Véase Tabla 1: Productividad).

Tabla 2
DESCOMPOSICIÓN DE KAPLAN Y ATKINSON (1989⁷)

▶ Actividad (Sales-Activity)	
✓ Volumen de venta	
$\sum_{i=1}^n (y_i^1 - y_i^0) * \tilde{m}^0$	
✓ Mezcla de productos	
$\sum_{i=1}^n (y_i^1 - y_i^0) * (m_i^0 - \tilde{m}^0)$	
▶ Recuperación de precios (Price-Recovery)	
$\sum_{i=1}^n (pv_i^1 - pv_i^0) * y_i^1 - \sum_{j=1}^m (w_j^1 - w_j^0) * x_j^1$	
▶ Productividad (Productivity)	
• Rendimiento	
$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_i^1 * (t_{j,i}^0 - t_{j,i}^1) * \tilde{w}^1$	
• Mezcla de factores consumidos	
$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_i^1 * (t_{j,i}^0 - t_{j,i}^1) * (w_j^1 - \tilde{w}^1)$	
▶ Costes fijos	
$F^0 - F^1$	

8. UNA NUEVA PROPUESTA ALTERNATIVA DE DETERMINACIÓN DEL APALANCAMIENTO OPERATIVO. CONCLUSIONES

¿Si la facturación creciera en un determinado %, en qué medida aumentaría el resultado?. A esta cuestión pretendía responder la formulación del apalancamiento operativo convencional, pero la propuesta que realizamos lo hace salvando las limitaciones de aquel, esto es, bajo posible variación de todos los elementos que explican la variación del resultado -superamos las hipótesis restrictivas del apalancamiento operativo convencional-, e incluso, bajo condiciones de producción múltiple - resolvemos la limitación del modelo de GARCÍA MARTÍN-.

Además, la actividad puede variar no sólo porque varíen las unidades vendidas sino también porque se altere el mix comercial. En este sentido, la nueva propuesta delimita perfectamente que parte de la variación del resultado debido a la actividad es fruto de cambios en el volumen de venta o a variaciones en la mezcla de los productos. De ahí que, también se puede resolver la cuestión de, ¿si la mezcla de los productos vendidos fuera X, en qué medida aumentaría el resultado?.

A lo largo del presente trabajo ya se ha puesto de manifiesto que la variación más o menos proporcional del resultado al cambio en la actividad encuentra su justificación en la evolución de los costes fijos unitarios. Nuestra propuesta es capaz de determinar cuánto de la variación del resultado encuentra su causa en el aumento o disminución de los costes fijos por unidad, y cuánto se debe a la variación de la actividad. Sin embargo, y tal como expresamos más arriba, el resultado varía más o menos que proporcionalmente lo hace la tasa de actividad, no sólo por el posible cambio de los costes fijos unitarios, sino también por la incidencia de la alteración de la mezcla de los diferentes productos vendidos. De ahí, que en función de lo anterior, la expresión de la nueva propuesta, si queremos que responda a un planteamiento análogo al desarrollado por la formulación del apalancamiento operativo convencional –que ponía en relación variación relativa del resultado con tasa de actividad-, se desarrollaría como sigue (ver Tabla 1):

$$AO = \frac{\Delta \text{Resultado(volumen de venta)} + \Delta \text{Resultado(mezcla de productos)} + \Delta \text{Resultado(costes fijos)}}{R^0} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * \tilde{m}^0 - \hat{y}_{mp} * F^0 + \sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * (m_i^0 - \tilde{m}^0) - (\hat{y}_{mp} - \tilde{y}_{mp}) * F^0 + F^0 * (\hat{y}_{mp} - \hat{f})}{\hat{y}_{mp} * R^0} \quad (67)$$

Esta expresión nos mide el número de veces que varía el resultado cuándo lo hace la actividad, esto es, la elasticidad del resultado respecto a las ventas, de tal forma que:

- $AO > 1$ ($\hat{y}_{mp} > \hat{f}$). Apalancamiento operativo expansivo. El resultado crece (disminuye)⁸ más (menos) que proporcionalmente lo hace la actividad. El coste fijo por unidad se reduce, y por tanto, contribuye positivamente en la variación del resultado.
- $AO = 1$ ($\hat{y}_{mp} = \hat{f}$). Apalancamiento operativo neutro. El resultado crece (disminuye) en la misma proporción que lo hace la actividad. Permanecen constantes los costes fijos unitarios, no influyendo ni positiva ni negativamente en la variación del resultado.
- $AO < 1$ ($\hat{y}_{mp} < \hat{f}$). Apalancamiento Operativo contractivo. El resultado crece (disminuye) menos (más) que proporcionalmente lo hace la actividad. Un aumento del coste fijo unitario provoca irremediablemente un efecto negativo en la variación del resultado.

Según lo anterior, la sensibilidad del resultado ante cambios en la actividad -por volumen de ventas y variación del mix- y, debido a la evolución del coste fijo unitario⁹, se puede determinar como:

$$AO * \hat{y}_{mp} * R^0 \quad (68)$$

En conclusión, hemos podido aportar un modelo que, utilizando como metodología la discriminación exhaustiva de la variación del resultado entre dos períodos consecutivos, permite evaluar si la empresa está o no apalancada operativamente, esto es, la incidencia de los costes fijos en la variación del resultado empresarial. Para prever la evolución del resultado y bajo condiciones reales, tendremos que recurrir a previsiones sobre todos y cada uno de las variables que afectan a la variación del resultado. Pero desde nuestro punto de vista más vale asumir el riesgo de una forma racional que el empleo de técnicas que carecen absolutamente de utilidad alguna. Por último, el modelo es muy exigente en la información requerida, y sólo a nivel interno se puede conseguir, siendo por tanto la información financiera pública totalmente insuficiente para su correcta aplicación.

BIBLIOGRAFÍA

- AECA (1998): *Costes estándares y análisis de desviaciones*. Documento número 12, Principios de Contabilidad de Gestión.
- AMERICAN PRODUCTIVITY CENTER (1981): *Total performance measurement*. APC. Houston (Citado por Banker, Datar y Kaplan, 1988).
- DRURY, C. (1992): *Standar costing*. Academic Press.
- GARCÍA MARTÍN, V. (1984): “Causas fundamentales que justifican la variación del resultado de un periodo con respecto a otro anterior: su formulación analítica”. *Técnica Contable*, julio.
- GARCÍA MARTÍN, V. (1989): “Limitaciones del apalancamiento operativo: una propuesta alternativa”. *Técnica Contable*, agosto-septiembre, Tomo XLI.
- GARCÍA MARTÍN, V. y CALLEJÓN GIL, A. (2001): “Variación del resultado y apalancamiento operativo”. *Técnica Contable*, nº 636.
- KAPLAN, R. Y ATKINSON, A. (1989): *Advanced Management Accounting*, Prentice Hall, 2nd. Edition.
- MALLADO RODRIGUEZ, J.A. (1997): “El Apalancamiento Operativo como Herramienta de Gestión”. *Actualidad Financiera*. Monográfico, 4º trim. 1997.
- MORA ENGUIDANOS, A. (1995): “El apalancamiento de la empresa. Aspectos prácticos y utilidad para la toma de decisiones”. *Técnica Contable*, Tomo XLVII, Año XLVII.
- PELES, YORAM C. (1986): “A note on Yield Variance and Mix Variance”. *The Accounting Review*. Vol. LXI No 2. April.
- PRIOR, D.(1999): “Descentralización y desviaciones en resultados”. Documento presentado en el X Congreso Asociación Española de Contabilidad y Administración de Empresas (AECA), Zaragoza.
- RODRIGUEZ-VILARIÑO, A. (1996): “Apalancamiento operativo: concepto y clases”. *Revista Española de Contabilidad y Tributación: comentarios y casos prácticos*, nº 159, pags. 165-192.
- VERGÉS, J. (1994): *La planificació econòmica i financera a l'empresa*. Elaboració i utilització de previsions com a a base de la gestió. Universitat Auntonoma de Barcelona, Servei de Publicacions.

CITAS

- ¹ Como son numerosas las variables definidas a lo largo del trabajo, y al objeto de facilitar su comprensión, hemos optado por cambiar la notación original utilizada por GARCÍA MARTÍN (1989), por otra homogénea con la utilizada en este artículo.
- ² Tal y como se demuestra a continuación, el sistema de costes propuesto es el de costes variables (variable costing), en tanto los productos terminados se valoran únicamente a su coste variable de fabricación.
- ³ Véase Vergés (1994) y Prior (1999).
- ⁴ Consideramos la actividad del año 1 porque ya hemos tenido en cuenta la influencia de esta magnitud en el epígrafe anterior, y trabajamos con los costes variables del año 1 ya que atribuimos la variación mixta o conjunta a la variación del margen, según lo explicado más arriba. A partir de aquí obremos de la misma forma para el resto de variables objeto de análisis.
- ⁵ Véase Kaplan y Atkinson (1989), Drury (1992), Aeca (1998) y Prior (1999).
- ⁶ Al comparar los años 0 y 1, y separar el impacto atribuible a t y w hemos escogido aquella alternativa consistente en evaluar la variación económica (w) con precios del año 1 y la variación técnica (t) con precios del año 0, asignando de esta forma la variación mixta o conjunta a la variación económica.
Hemos escogido esta opción entre las múltiples existentes por dos razones fundamentalmente:
1º. Evitar mantener por separado la variación mixta, además de por salvar sus inconvenientes, por hacer menos farragosa la presentación del presente modelo.
2º. Mantener una homogeneidad con el trato dado habitualmente en los modelos clásicos de variación del resultado (Kaplan y Atkinson, 1989; APC, 1981).
No obstante, existen estudios dedicados a demostrar qué opción de las posibles es la óptima a la hora de determinar variación técnica y económica, dependiendo de las características de la empresa y de su entorno, por tanto la opción elegida no es evidentemente ni la única ni la mejor en todas las situaciones (véase Prior, 1999).
- ⁷ Véase el resumen realizado por PRIOR (1999). Kaplan y Atkinson (1989) tratan los costes fijos como un factor productivo más, pero con la característica añadida de que siempre $x_j = 1$ y $w_j =$ valor de los costes fijos.
- ⁸ Lo expresado entre paréntesis es válido cuando la actividad disminuye de un período a otro.

⁹Queda fuera la variación del resultado debido a otros factores tales como la variación en la tasa de margen unitaria o en el coste variable unitario.

ANEXO 1. SUPUESTO PRÁCTICO

Aportamos, a continuación, la aplicación del modelo a unos datos concretos que nos permiten comprobar la bondad y los inconvenientes del mismo.

DATOS DEL SUPUESTO PRÁCTICO

	Año 0			Año 1		
<i>Ingresos por ventas</i>	y^0	pv^0	<i>Importe venta</i>	y^1	pv^1	<i>Importe venta</i>
Producto 1	200.000	8,41	1.682.000,00	230.000	9,62	2.212.600,00
Producto 2	95.000	7,21	684.950,00	82.000	8,11	665.020,00
Total ingresos			2.366.950,00			2.877.620,00
Costes variables	<i>Consumo</i> $(t_{j,i} * y_i)$	w^0	<i>Coste factor</i>	<i>Consumo</i> $(t_{j,i} * y_i)$	w^1	<i>Coste factor</i>
Factor 1	350.250,00	1,50	525.375,00	351.440,00	1,80	632.592,00
Factor 2	111.750,00	3,01	336.367,50	99.960,00	3,50	349.860,00
Factor 3	284.500,00	1,20	341.400,00	304.600,00	1,30	395.980,00
Total costes variables			1.203.142,50			1.378.432,00
Costes fijos (F)			150.253,03			198.333,99
Resultado			1.013.554,47			1.300.854,01
Variación del resultado	287.299,54					

CAUSAS DE VARIACIÓN DEL RESULTADO

▶ Actividad		92.501,71
✓ Volumen de venta	58.408,22	
✓ Mezcla de productos	34.093,48	
▶ Tasa de margen unitaria		108.438,39
<i>Producto 1</i>	100.594,98	
<i>Producto 2</i>	7.843,41	
▶ Coste variable unitario		120.727,61
✓ Precio de adquisición de los factores		200.748,86
<i>Producto 1</i>	169.532,27	
<i>Producto 2</i>	31.216,59	
✓ Productividad		-80.021,25
• Rendimiento		-54.151,7
<i>Producto 1</i>	-46.174,41	
<i>Producto 2</i>	-7.977,28	
• Mezcla de factores consumidos		-25.869,56
▶ Costes fijos		-34.368,17
Variación del Resultado		287.299,54

APALANCAMIENTO OPERATIVO CONVENCIONAL Y ALTERNATIVO EN EL EJEMPLO PROPUESTO

▶ Apalancamiento Operativo convencional	= (2.366.950-1.203.142,5)/1.013.554,47	= 1,15
▶ Propuesta alternativa del Apalancamiento Operativo	= [(92.501,71-34.368,17)/1.013.554,47]/0,0913	= 0,628

¿Cuánto ha variado el resultado si la facturación ha crecido en un 9,13% en términos medios?

Si obedecemos al apalancamiento operativo convencional la variación del resultado será 1,15 veces lo que haya variado la actividad, por lo que, la variación del resultado en términos absolutos será la siguiente:

$$AO_C \times t_{amp} \times R^0 = 1,15 \times 0,0913 \times 1.013.554,47 = 106.418,1516$$

Sin embargo el resultado anterior es lógicamente falso, ya que sólo se cumplirá esto si las hipótesis de partida del modelo convencional de apalancamiento operativo se respetan. Como en el caso propuesto variables tales como el precio de venta, el coste variable unitario, los costes fijos totales o la tasa de margen no permanecen constantes, los resultados que se obtendrían bajo la aplicación de la fórmula convencional serían erróneos.

Por otra parte, si atendemos al apalancamiento operativo alternativo propuesto, los cálculos determinan que el resultado variará 0,628 veces lo hace la actividad debido a la incidencia de la actividad y de los costes fijos unitarios –verdadero objetivo de determinación del apalancamiento operativo-. Veamos si esto es cierto o no:

$$AO_a \times t_{amp} \times R^0 = 0,628 \times 0,0913 \times 1.013.554,47 = 38.113,56451$$

Justamente esa cantidad coincide con la suma del efecto actividad (92.501,71) y del efecto de los costes fijos (-34.368,17). Concretamente, en el ejemplo propuesto los costes fijos unitarios crecen, por lo que producen un apalancamiento operativo contractivo, debido a que $t_{amp} = 0,0913 < p = 0,32$.

Por tanto, por una parte, el modelo es capaz de determinar el verdadero apalancamiento operativo, y por otra, cuantifica asimismo la incidencia del resto de factores en la variación del resultado de un período a otro posterior.

ANEXO 2. SUPUESTO PRÁCTICO SI CONSIDERAMOS QUE EXCLUSIVAMENTE VARÍAN LOS $T_{j,i}$

	Año 0			Año 1		
	y^0	pv^0	Importe venta	y^1	pv^1	Importe venta
Ingresos por ventas						
Producto 1	200.000	8,41	1.682.000,00	200.000	7,68	1.535.077,91
Producto 2	95.000	7,21	684.950,00	95.000	6,96	660.882,42
Total ingresos			2.366.950,00			2.195.960,33
Costes variables	<i>Consumo</i> $(t_{j,i}^0 * y_i^0)$	w^0	<i>Coste factor</i>	<i>Consumo</i> $(t_{j,i}^1 * y_i^1)$	w^1	<i>Coste factor</i>
Factor 1	350.250,00	1,50	525.375,00	327.400,00	1,50	491.100,00
Factor 2	111.750,00	3,01	336.367,50	101.850,00	3,01	306.568,50
Factor 3	284.500,00	1,20	341.400,00	269.750,00	1,20	323.700,00
Total costes variables			1.203.142,50			1.121.368,50
Costes fijos (F)			150.253,03			150.253,03
Resultado			1.013.554,47			924.338,80
Variación del resultado	-89.215,67					

▶ Actividad	0
✓ Volumen de venta	0
✓ Mezcla de productos	0
▶ Tasa de margen unitaria	0
▶ Coste variable unitario	-89.215,67
✓ Precio de adquisición de los factores	0
✓ Productividad	-89.215,67
• Rendimiento	-82.711,51
• Mezcla de factores consumidos	-6.504,16
▶ Costes fijos	0
Variación del Resultado	-89.215,67

En este caso, el incremento de la productividad provoca una disminución importante en los costes variables unitarios, por lo que al mantenerse constante el margen de contribución unitario sobre costes variables, los precios de venta disminuyen en cuantía tal que hacen disminuir el margen de contribución, y por ende el resultado empresarial. Este efecto viene reflejado efectivamente en el apartado correspondiente a productividad.

DESCOMPOSICIÓN DE KAPLAN Y ATKINSON

▶ Actividad (Sales-Activity)	
✓ Volumen de venta	0
✓ Mezcla de productos	0
▶ Recuperación de precios (Price-Recovery)	-170.989,67
▶ Productividad (Productivity)	
• Rendimiento	76.201,72
• Mezcla de factores consumidos	5.572,28
▶ Costes fijos	0
Variación del resultado -89.215,67	

En este modelo los mismos hechos comentados en la página anterior se reflejan parte en el apartado de productividad -por el efecto positivo que produce el incremento de la misma en el coste de los factores productivos-, y parte en el apartado de recuperación por precios -por el efecto negativo que se produce si ante una disminución de los costes variables unitarios se mantiene constantes las tasas de margen sobre coste variable-, y por ende se disminuyen los precios de venta.

ANEXO 3. GLOSARIO DE TÉRMINOS

- IT_i = Ingresos totales por ventas del producto “i”
- V_i = Costes variables totales del producto “i”
- MCT_i = Margen de contribución del producto “i” = $IT_i - V_i$
- F = Coste Fijo total
- R = Resultado del periodo
- y_i = número de unidades vendidas del producto “i”
- \hat{y}_i = tasa de variación de la actividad del producto “i” entre 2 periodos = $(y_i^1 - y_i^0)/y_i^0$
- pv_i = precio de venta unitario del producto “i”
- v_i = costes variables unitarios del producto “i” = $w_j * t_{j,i}$
- \hat{v}_i = tasa de variación del coste variable unitario del producto “i”
- w_j = precio de compra unitario del factor de producción “j”
- x_j = consumo del factor de producción “j”
- t_{cvi} = tasa de margen unitario sobre costes variables del producto “i” = $\frac{(pv_i - v_i)}{v_i}$
- \hat{t}_{cvi} = tasa de variación del margen unitario sobre costes variables entre 2 periodos del producto “i” = $(t_{cvi}^1 - t_{cvi}^0)/t_{cvi}^0$
- \hat{f} = tasa de variación de los costes fijos totales = $\frac{F^1 - F^0}{F^0}$
- m_i = margen unitario de contribución variable por cada producto “i” = $pv_i - v_i$
- \hat{y}_{mp} = tasa media ponderada a la que, por término medio, varia la actividad de la empresa entre 2 periodos consecutivos = $\frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * m_i^0}{\sum_{i=1}^n y_i^0 * m_i^0}$
- \tilde{m} = margen de contribución promedio = $\frac{\sum_{i=1}^n y_i * pv_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_i * (w_j * t_{j,i})}{\sum_{i=1}^n y_i}$
- \tilde{y}_{mp} = tasa de actividad media ponderada por cambio únicamente del volumen de venta- el mix no tiene incidencia- = $\frac{\sum_{i=1}^n \hat{y}_i * y_i^0 * \tilde{m}^0}{\sum_{i=1}^n y_i^0 * \tilde{m}^0}$
- $t_{j,i}$ = consumo del factor de producción “j” para obtener una unidad de producto “i”.
- $\hat{t}_{j,i}$ = tasa de variación de la cantidad de factor “j” necesaria para producir una unidad física del producto “i” entre 2 periodos = $(t_{j,i}^1 - t_{j,i}^0)/t_{j,i}^0$

- \tilde{w}^1 = precio medio de adquisición de los “j” factores productivos =
$$\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_j * t_{j,i}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m t_{j,i}}$$
- \hat{w}_j = tasa de variación del precio de adquisición de los distintos factores “j” entre dos períodos
= $(w^1_j - w^0_j) / w^0_j$

Julio Diéguez Soto



Doctor en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad de Málaga. Profesor Titular de universidad del área de Economía Financiera y Contabilidad en el Departamento de Finanzas y Contabilidad de la Universidad de Málaga. Autor del libro *La contabilidad como instrumento de Desarrollo*, de numerosos artículos y comunicaciones a Jornadas y Congresos. Como investigador participa en diversos proyectos relacionados con la predicción de la insolvencia empresarial, valoración de empresas y responsabilidad social corporativa. Colabora en varios masters y cursos de postgrado (<http://campusvirtual.uma.es/jdieguez/index.htm>).

Eva Aranda Llamas



Profesora Asociada a tiempo parcial del área de Economía Financiera y Contabilidad en el Departamento de Finanzas y Contabilidad de la Universidad de Málaga. Suficiencia Investigadora por el área de Economía Financiera de la Universidad de Málaga. Actualmente realizando tesis doctoral respecto a las decisiones de capital y riesgo en las entidades financieras, considerando los nuevos requisitos de solvencia. Analista de Riesgo Inmobiliario en la entidad financiera Cajamar. Autora de varios artículos y comunicaciones a Jornadas y Congresos.